

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho parabol (P) : $y = \frac{-1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = x - 4$.

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Lời giải:

a. Hàm số $y = \frac{-1}{2}x^2$ có tập xác định $D = R$

Bảng giá trị

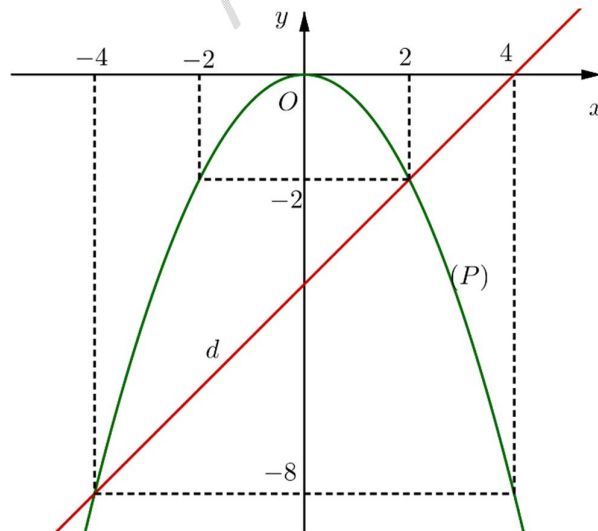
x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8

* Hàm số $y = x - 4$ có tập xác định: $D = R$

Bảng giá trị

x	4	5
y	0	1

Hình vẽ:



b. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$-\frac{1}{2}x^2 = x - 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = -2 \\ x = -4 \Rightarrow y = -8 \end{cases}$$

Vậy (P) cắt d tại hai điểm có tọa độ lần lượt là $(2; -2)$ và $(-4; -8)$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Cho phương trình: $2x^2 - 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính

giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$.

Lời giải:

Theo hệ thức Vi - ét, ta có
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{3}{2} \\ P = x_1 x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Theo giải thiết, ta có:

$$A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1} = \frac{x_1^2 - 1 + x_2^2 - 1}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} = \frac{S^2 - 2P - 2}{S + P + 1} = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2}{\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + 1} = \frac{5}{8}$$

Câu 3. (0,75 điểm)

Quy tắc sau đây cho ta biết được ngày thứ n , tháng t , năm 2019 là ngày thứ mấy trong tuần. Đầu tiên, ta tính giá trị của biểu thức $T = n + H$, ở đây H được xác định bởi bảng sau:

Tháng t	8	2; 3; 11	6	9; 12	4; 7	1; 10	5
H	-3	-2	-1	0	1	2	3

Sau đó, lấy T chia cho 7 ta được số dư r ($0 \leq r \leq 6$).

Nếu $r = 0$ thì ngày đó là ngày thứ Bảy.

Nếu $r = 1$ thì ngày đó là ngày Chủ Nhật.

Nếu $r = 2$ thì ngày đó là ngày thứ Hai.

Nếu $r = 3$ thì ngày đó là ngày thứ Ba.

...

Nếu $r = 6$ thì ngày đó là ngày thứ Sáu.

Ví dụ:

Ngày 31 / 12 / 2019 có $n = 31, t = 12, H = 0 \Rightarrow T = n + H = 31 + 0 = 31$. Số 31 chia cho 7 có số dư là 3 nên ngày đó là thứ Ba.

a. Em hãy sử dụng quy tắc trên để xác định các ngày 02 / 09 / 2019 và 20 / 11 / 2019 là ngày thứ mấy?

b. Bạn Hằng tổ chức sinh nhật của mình trong tháng 10 / 2019. Hỏi ngày sinh nhật của Hằng là ngày mấy? Biết rằng ngày sinh nhật của Hằng là một bội số của 3 và là thứ Hai.

Lời giải:

a. Ngày 02 / 09 / 2019, có $n = 2, t = 9, H = 0$. Do đó $T = n + H = 2 + 0 = 2$.

Số 2 chia cho 7 có số dư là 2 nên ngày này là thứ Hai.

Ngày 20 / 11 / 2019 có $n = 20, t = 11, H = -2$. Do đó $T = n + H = 20 - 2 = 18$.

Số 18 chia cho 7 có số dư là 4 nên ngày này là thứ Tư.

b. Do ngày sinh nhật của Hằng là vào thứ Hai nên $r = 2$. Do đó $T = 7q + 2$.

Mặt khác $T = n + 2 \Rightarrow n = T - 2 = 7q + 2 - 2 = 7q$.

Biện luận

q	1	2	3	4	5
n	7	14	21	28	35

Do n là bội của 3 nên chọn $n = 21$.

Vậy sinh nhật của ngày vào ngày 21 / 10 / 2019.

Câu 4. (3,0 điểm)

Tại bề mặt đại dương, áp suất nước bằng áp suất khí quyển và là 1 atm (atmosphere). Bên dưới mặt nước, áp suất nước tăng thêm 1 atm cho mỗi 10 mét sâu xuống. Biết rằng mối liên hệ giữa áp suất $y(\text{atm})$ và độ sâu $x(\text{m})$ dưới mặt nước là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$.

a. Xác định các hệ số a và b .

b. Một người thợ lặn đang ở độ sâu bao nhiêu nếu người ấy chịu một áp suất là 2,85atm?

Lời giải:

a. Do áp suất tại bề mặt đại dương là 1atm, nên $y = 1, x = 0$, thay vào hàm số bậc nhất ta được:

$$1 = a.0 + b \Leftrightarrow b = 1$$

Do cứ xuống sâu thêm 10m thì áp suất nước tăng lên 1atm, nên tại độ sâu 10m thì áp suất nước là 2atm ($y = 2, x = 10$), thay vào hàm số bậc nhất ta được: $2 = a.10 + b$

Do $b = 1$ nên thay vào ta được $a = \frac{1}{10}$.

Vì vậy, các hệ số $a = \frac{1}{10}, b = 1$.

b. Từ câu a, ta có hàm số $y = \frac{1}{10}x + 1$

Thay $y = 2,85$ vào hàm số, ta được:

$$2,85 = \frac{1}{10}x + 1 \Rightarrow x = 18,5\text{m}$$

Vậy khi người thợ lặn chịu một áp suất là 2,85atm thì người đó đang ở độ sâu 18,5m.

Câu 5. (1,0 điểm)

Một nhóm gồm 31 học sinh tổ chức một chuyến du lịch (chi phí chuyến đi được chia đều cho các bạn tham gia). Sau khi đã họp đồng xong, vào giờ chót có 3 bạn bạn việc đột xuất không đi được nên họ không đóng tiền. Cả nhóm thống nhất mỗi bạn còn lại sẽ đóng thêm 18000 đồng so với dự kiến ban đầu để bù lại cho 3 bạn không tham gia. Hỏi tổng chi phí mỗi chuyến đi là bao nhiêu?

Lời giải:

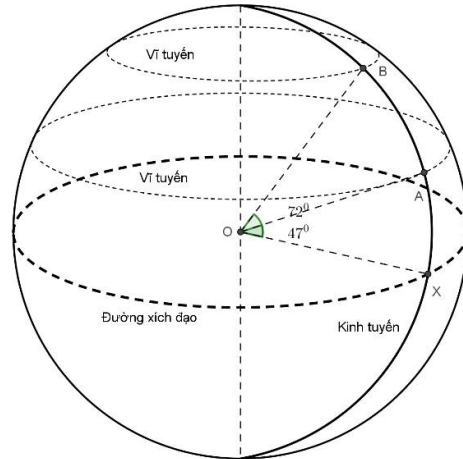
Số tiền cả lớp phải đóng bù: $(31 - 3) \times 18.000 = 504.000$ ngàn

Số tiền mỗi học sinh phải đóng: $504.000 \div 3 = 168.000$ ngàn

Tổng chi phí ban đầu là: $168.000 \times 31 = 5.208.000$ ngàn

Câu 6. (1,0 điểm)

Cuối năm học, các bạn lớp 9A chia làm hai nhóm, mỗi nhóm chọn một khu vườn sinh thái ở Bắc bán cầu để tham quan. Khi mở hệ thống định vị GPS, họ phát hiện một sự trùng hợp khá thú vị là hai vị trí mà hai nhóm chọn đều nằm trên cùng một kinh tuyến và lần lượt ở các vĩ tuyến 47° và 72° .



a. Tính khoảng cách (làm tròn đến hàng trăm) giữa hai vị trí đó, biết rằng kinh tuyến là một cung tròn nối liền hai cực của trái đất và có độ dài khoảng 20 000km.

b. Tính (làm tròn đến hàng trăm) độ dài bán kính và đường xích đạo của trái đất. Từ kết quả của bán kính (đã làm tròn), hãy tính thể tích của trái đất, biết rằng trái đất có dạng hình cầu

và thể tích của hình cầu được tính theo công thức $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3$ với R là bán kính hình cầu.

Lời giải:

a) $\widehat{AOB} = \widehat{BOX} - \widehat{AOX} = 72^\circ - 47^\circ = 25^\circ$.

Độ dài \widehat{AB} là: $20000 \cdot \frac{25}{180} = \frac{25000}{9} \approx 2800(km)$

b) Gọi R là bán kính của Trái Đất.

Ta có: $\pi R = 20000 \Leftrightarrow R = \frac{20000}{\pi} \approx 6400(km)$

Độ dài đường xích đạo là: $2\pi R \approx 40000(km)$

Thể tích của Trái Đất là: $\frac{4}{3} \times 3,14 \times R^3 = \frac{4}{3} \times 3,14 \times 6400^3 \approx 1,082 \cdot 10^{12}(km)$

Câu 7. (1,0 điểm) Bạn Dũng trung bình tiêu thụ 15 ca-lo cho mỗi phút bơi và 10 ca-lo cho mỗi phút chạy bộ. Hôm nay, Dũng mất 1,5 giờ cho cả hai hoạt động trên và tiêu thụ hết 1200 ca-lo. Hỏi hôm nay, bạn Dũng đã mất bao nhiêu thời gian cho mỗi hoạt động này?

Lời giải:

Đổi: 1,5 giờ = 90 phút.

Gọi x (phút) là thời gian Dũng bơi

y (phút) là thời gian Dũng chạy bộ

Theo giả thiết ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 15x + 10y = 1200 \\ x + y = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 30 \end{cases}$$

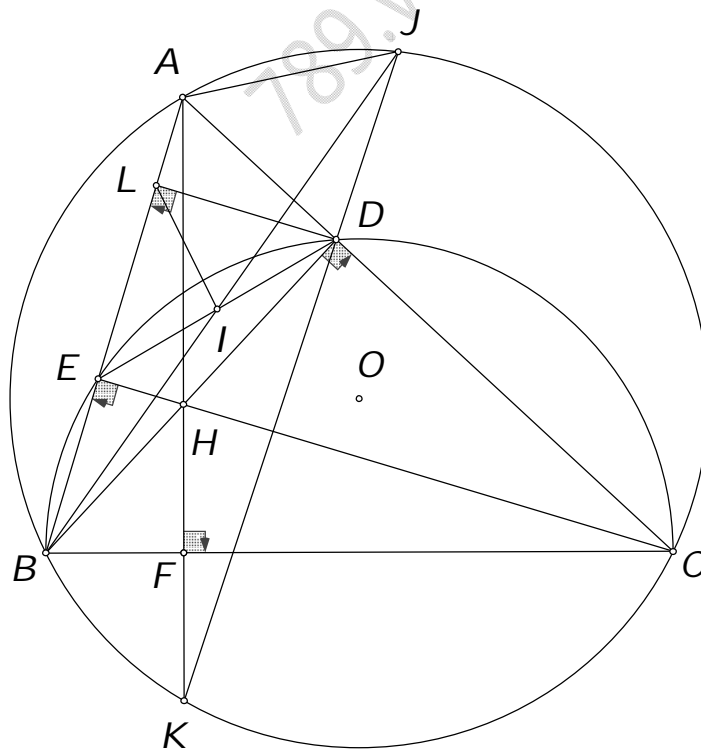
Vậy Dũng mất 60 phút để bơi và 30 phút để chạy bộ để tiêu thụ hết 1200 ca-lo.

Câu 8. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$ nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường tròn BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H . Đường thẳng AH cắt BC và (O) lần lượt tại F và K ($K \neq A$). Gọi L là hình chiếu của D lên AB .

- Chứng minh rằng tứ giác $BEDC$ nội tiếp và $BD^2 = BL \cdot BA$.
- Gọi J là giao điểm của KD và (O) , ($J \neq K$). Chứng minh rằng $\widehat{BJK} = \widehat{BDE}$.
- Gọi I là giao điểm của BJ và ED . Chứng minh tứ giác $ALIJ$ nội tiếp và I là trung điểm ED .

Lời giải:



- Ta có $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ nên các điểm E, D cùng nằm trên đường tròn đường kính BC . Do đó tứ giác $BEDC$ nội tiếp.

Xét tam giác ABD vuông ở D có DL là đường cao nên theo hệ thức lượng, ta có

$$BD^2 = BL \cdot BA.$$

b) Ta thấy H là trực tâm tam giác ABC nên AF cũng là đường cao của tam giác và $AF \perp BC$. Xét đường tròn (O) có $\widehat{BJK} = \widehat{BAK}$, cùng chắn cung \widehat{BK} .

Tứ giác $ADHE$ có $\widehat{ADH} + \widehat{AEH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên nội tiếp. Suy ra

$$\widehat{HAE} = \widehat{HDE} \text{ nên } \widehat{BAK} = \widehat{BDE}.$$

Từ các kết quả trên, ta suy ra $\widehat{BJK} = \widehat{BDE}$.

c) Xét hai tam giác BID và BDJ có

$$\widehat{BDI} = \widehat{BJD} \text{ (theo câu b) và } \widehat{DBI} \text{ chung.}$$

Suy ra $\triangle BID \sim \triangle BDJ$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BI}{BD} = \frac{BD}{BJ}$ hay $BD^2 = BI \cdot BJ$.

Theo câu a, ta có $BD^2 = BL \cdot BA$ nên $BL \cdot BA = BI \cdot BJ$ nên $\frac{BL}{BI} = \frac{BJ}{BA}$.

Lại xét hai tam giác BIL và BAJ có góc B chung và $\frac{BL}{BI} = \frac{BJ}{BA}$. Do đó

$$\widehat{BIL} = \widehat{BAJ} \Rightarrow \widehat{LAI} + \widehat{LID} = 180^\circ,$$

Suy ra tứ giác $ALIJ$ nội tiếp.

Từ đó, ta suy ra $\widehat{ILE} = \widehat{IJA}$. Mà $\widehat{JJA} = \widehat{BJA} = \widehat{BCA}$ (cùng chắn cung BA) mà theo câu a, vì $BEDC$ nội tiếp nên $\widehat{LEI} = \widehat{AED} = \widehat{BCA}$ do đó

$$\widehat{LEI} = \widehat{ELI}.$$

Từ đó ta có tam giác LEI cân và $IE = IL$. Do đó $\widehat{ILD} = 90^\circ - \widehat{ILE} = 90^\circ - \widehat{LED} = \widehat{LDI}$ nên tam giác LID cũng cân và $ID = IL$.

Từ các điều trên, ta có được $ID = IE$ nên điểm I chính là trung điểm của DE .

**Lê Phúc Lữ, Huỳnh Công Thái, Đoàn Văn Bộ, Trần Thị Hương,
Trần Bá Đạt, Nguyễn Quốc Anh, Nguyễn Hoài Nam, Huỳnh Quốc Thắng
TRƯỜNG THPT ĐÔNG ĐÔ TPHCM (789.VN)**