

ĐỀ CHÍNH THỨC**Bài 1: (1,5 điểm)**

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 2: (1,0 điểm)

Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có 2 nghiệm là $x_1; x_2$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2$.

Bài 3. (1,0 điểm)

Để đánh giá thể trạng (gầy, bình thường, thừa cân) của 1 người, người ta thường dùng chỉ số BMI (*Body Mass Index*). Chỉ số BMI được tính dựa trên chiều cao và cân nặng theo công thức sau:

cân nặng (kg)

$$\text{BMI} = \frac{\text{cân nặng (kg)}}{\text{chiều cao (m)} \times \text{chiều cao (m)}}$$

Đối với người trưởng thành, chỉ số này cho đánh giá như sau

Phân loại	BMI (kg/m^2)
Cân nặng thấp (gầy)	$< 18,5$
Bình thường	$18,5 - 24,9$
Thừa cân	≥ 25
Tiền béo phì	$25 - 29,9$
Béo phì độ I	$30 - 34,9$
Béo phì độ II	$35 - 39,9$
Béo phì độ III	≥ 40

Hạnh và Phúc là hai người trưởng thành đang cần xác định thể trạng của mình.

- Hạnh cân nặng 50 kg và cao $1,63 \text{ m}$. Hãy cho biết phân loại theo chỉ số BMI của Hạnh?
- Phúc cao $1,73 \text{ m}$ thì cân nặng trong khoảng nào để chỉ số BMI của Phúc ở mức bình thường?
(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

Bài 4. (0,75 điểm)

Giá bán một cái bánh cùng loại ở hai cửa hàng A và B đều là 15000 đồng, nhưng mỗi cửa hàng áp dụng hình thức khuyến mãi khác nhau.

Cửa hàng A: đối với 3 cái bánh đầu tiên, giá mỗi cái là 15000 đồng và từ cái bánh thứ tư trở đi khách hàng chỉ phải trả 75% giá bán.

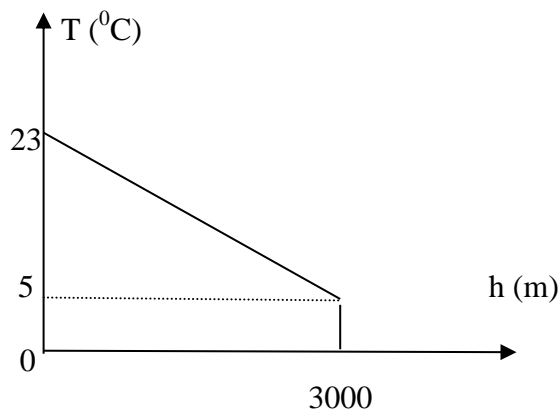
Cửa hàng B: cứ mua 3 cái bánh thì được tặng thêm 1 cái bánh cùng loại.

Bạn Hằng cần đúng 13 cái bánh để tổ chức sinh nhật thì bạn ấy nên mua bánh ở cửa hàng nào để tiết kiệm và tiết kiệm được bao nhiêu tiền so với cửa hàng kia?

Bài 5: (1,0 điểm)

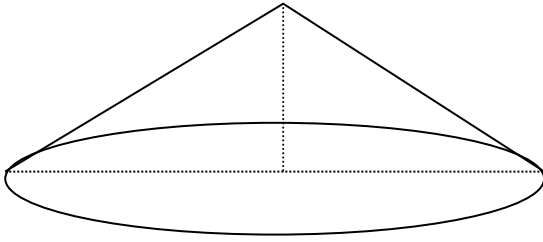
Một vận động viên khi leo núi nhận thấy rằng càng lên cao thì nhiệt độ không khí càng giảm. Mối liên hệ giữa nhiệt độ không khí T và độ cao h (so với chân núi) được cho bởi hàm số $T = ah + b$ có đồ thị như hình vẽ bên (nhiệt độ T tính theo $^{\circ}\text{C}$ và độ cao h ở tính theo mét). Tại chân núi, người đó đo được nhiệt độ không khí là 23°C và trung bình cứ lên cao 100 m thì nhiệt độ giảm $0,6^{\circ}\text{C}$.

- Xác định a, b trong công thức trên.
- Bạn Minh đang leo núi và dùng nhiệt kế đo được nhiệt độ không khí tại vị trí dừng chân là $15,8^{\circ}\text{C}$. Hỏi bạn Minh đang ở độ cao bao nhiêu mét so với chân núi?



Bài 6. (1,0 điểm)

Một đồng cát dạng hình nón có chu vi đáy là $25,12\text{ m}$ và độ cao là $1,5\text{ m}$



a) Tính thể tích của đồng cát trên? Biết công thức tính chu vi đường tròn là $C = 2\pi R$ và công thức tính thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ (trong đó R là bán kính đường tròn đáy; h là chiều cao hình nón, lấy $\pi = 3,14$).

b) Người ta dùng xe cải tiến để vận chuyển đồng cát đó đến khu xây dựng. Biết thùng chứa của xe cải tiến có dạng hình hộp chữ nhật có kích thước dài 1 m , rộng 6 dm và cao 3 dm . Trong mỗi chuyến xe, thùng xe có thể chứa nhiều hơn thể tích thực của nó là 10% để vận chuyển được nhiều cát hơn. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chuyến xe cải tiến để chuyển hết đồng cát trên?

Bài 7. (0,75 điểm)

Đại hội Thể thao Đông Nam Á - SEA Games (South East Asian Games) là sự kiện thể thao được tổ chức 2 năm một lần với sự tham gia của các vận động viên trong khu vực Đông Nam Á. Việt Nam là chủ nhà của SEA Games 31 diễn ra từ ngày 12/5/2022 đến ngày 23/5/2022.

Ở môn bóng đá nam, một bảng đấu gồm có 5 đội A, B, C, D, E thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt (mỗi đội thi đấu đúng một trận với các đội còn lại). Trong mỗi trận đấu, đội thắng được 3 điểm, đội hòa được 1 điểm và đội thua được 0 điểm.

a) Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu đã diễn ra ở bảng đấu trên?

b) Khi kết thúc bảng đấu, các đội A, B, C, D, E lần lượt có điểm số là 10,9,6,4,0. Hỏi có bao nhiêu trận hòa và cho biết đó là trận hòa giữa các đội nào (nếu có)?

Bài 8. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Gọi D là điểm trên cung nhỏ BC sao cho $DB < DC$. Từ D kẻ DE vuông góc với BC (E thuộc BC), kẻ DF vuông góc với AC (F thuộc AC). Đường thẳng EF cắt tia AB tại K .

a) Chứng minh tứ giác $CDEF$ nội tiếp và $\widehat{DFE} = \widehat{DAB}$.

b) Chứng minh tứ giác $DKBE$ nội tiếp và $DB \cdot DF = DA \cdot DE$.

c) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, EF . Chứng minh IJ vuông góc với DJ .

BÀI GIẢI GỢI Ý

Bài 1.

a) Thí sinh tự vẽ.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = -2.$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1, 1), (-2, 4)$.

Bài 2.

Ta có

$$A = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 2^2 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = 10.$$

Bài 3.

a) Chỉ số BMI của Hạnh là

$$BMI(Hanh) = \frac{50}{1.63^2} \approx 18.81 (kg/m^2).$$

Vậy phân loại theo chỉ số của Hạnh là bình thường.

b) Giả sử chỉ số BMI của Phúc là x và cân nặng là y . Khi đó, để phân loại của Phúc là bình thường, ta có

$$18,5 \leq x = \frac{y}{1.73^2} \leq 24,9 \Leftrightarrow 55,4 (kg) \leq y \leq 74,5 (kg).$$

Bài 4:

Số tiền mua 13 cái bánh ở cửa hàng A là $15000 \cdot 3 + 15000 \cdot 10 \cdot 75\% = 157500 (dong)$.

Số tiền mua 13 cái bánh ở cửa hàng B là $15000 \cdot 10 = 150000 (d)$.

Để có 13 cái bánh ở cửa hàng B thì bạn Hằng chỉ cần mua 10 cái bánh. (Bạn Hằng sẽ được nhận thêm 3 cái ở cửa hàng).

Vậy để tiết kiệm thì bạn Hằng nên mua ở cửa hàng B và số tiền tiết kiệm được là 7500đ.

Bài 5:

a) Theo đồ thị ta có

$$\begin{cases} T(0) = a \cdot 0 + b = b = 23 \\ T(3000) = a \cdot 3000 + 23 = 5. \end{cases} \Leftrightarrow a = -\frac{3}{500}, b = 23.$$

b) Giả sử bạn Minh đang ở độ cao h . Khi đó, ta có phương trình

$$15,8 = -\frac{3}{500}h + 23 \Leftrightarrow h = 1200 (m).$$

Bài 6:

a) Thể tích đồng cát là

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3 \cdot 4\pi} (2\pi R)^2 h = \frac{1}{12\pi} C^2 h = \frac{1}{12\pi} \cdot 25,12^2 \cdot 1,5 = 25,1 (m^3).$$

b) Thể tích của mỗi thùng xe là $V = 1 \cdot 0,6 \cdot 0,3 = 0,18 (m^3)$. Vậy lượng cát mỗi xe có thể chở là

$$0,18 + 0,018 = 0,198 (m^3). \text{ Do } \frac{25,1}{0,198} = 126,768. \text{ Do đó, số xe cần ít nhất cần dùng là } 127 \text{ xe.}$$

Bài 7:

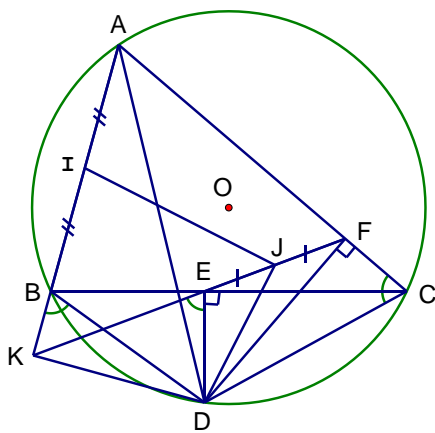
a) Số trận đấu là $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ trận

b) Gọi x là số trận hòa. Khi đó, ta có

$$2x + 3 \cdot (10 - x) = 10 + 9 + 6 + 4 = 29 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vì số điểm của đội E là 0 nên đội E thua tất cả 4 trận. Vì số điểm của đội D là 4 và D có 3 điểm do thắng đội E nên ngoài trận thắng đội E thì đội D có một trận hòa và thua 2 trận. Vì đội A có 10 điểm nên đội A có 3 trận thắng và 1 trận hòa. Vậy hai đội A và D hòa nhau.

Bài 8:



a) CDEF nội tiếp và hai góc bằng nhau $\angle DFE = \angle DAB$:

Góc $\angle DEC = \angle DFC = 90^\circ$ (gt)

\Rightarrow CDEF nội tiếp (E và F cùng nhìn CD dưới góc 90°)

\Rightarrow Góc $\angle DFE = \angle DCB$ (nội tiếp cùng chắn cung DE)

Mà góc $\angle DCB = \angle DAB$ (nội tiếp (O) cùng chắn cung DB)

Vậy góc $\angle DFE = \angle DAB$

b) DKBE nội tiếp và $DB \cdot DF = DA \cdot DE$:

* CDEF nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ACD = \angle DEK$ (góc trong bằng góc đối ngoài)

ABDC nội tiếp (O) $\Rightarrow \angle ACD = \angle DBK$ (góc trong bằng góc đối ngoài)

\Rightarrow góc $\angle DEK = \angle DBK$

\Rightarrow DKBE nội tiếp (B và E cùng nhìn DK dưới 2 góc bằng nhau)

* Xét $\triangle DBE$ và $\triangle DAF$ có :

Góc $\angle DEB = \angle DFA = 90^\circ$ (gt)

Góc $\angle DBC = \angle DAC$ (nội tiếp (O) cùng chắn cung DC)

$\Rightarrow \triangle DBE$ đồng dạng $\triangle DAF$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{DE}{DF}$

$\Rightarrow DB \cdot DF = DA \cdot DE$.

c) Ta có tam giác DAB đồng dạng tam giác DFE. Do góc DAB bằng góc DFE (câu a) và góc FDE bằng góc ADB do cùng bằng góc ACB. Vậy tam giác DBI đồng dạng tam giác DEJ. Nên góc KID bằng góc KJD. Vậy tứ giác KIJD nội tiếp nên góc DKJ bằng góc DKI bằng 90° . Tức là IJ vuông góc DJ.

Phạm Hồng Danh (THPT Vĩnh Viễn)